数理解析研究所講究録
712巻 1990年 93-111

U(p, q)/{U(r)×U(p-r, q)} 上の不変固有超関数の接続公式について

拓殖大・工　青木　茂 (Shigeru AOKI)
北里大・教養　加藤　末広 (Suehiro KATO)

§0. 序文

$G = U(p,q)$, $H = U(r)\times U(p-r, q)$ とし、半単純対称空間 $X = G/H$ を考える。(後で本稿で仮定する条件 $r \leqq 2p$, $r \leqq q$ の下で) X の階数は r である。$\mathcal{O}$を X の H-不変な開集合、$\mathbb{D}(X)$ を X 上の G-不変微分作用素のなす代数とする。$\mathcal{O}$上のシュワルツ超関数 Θ が次の 2 条件:

(i) Θ は H-不変

(ii) 任意の $D \in \mathbb{D}(X)$ に対し、$D\Theta = \chi(D)\Theta$ となるような $\mathbb{D}(X)$ の指標 χ が存在する。

をみたすとき、Θ は$\mathcal{O}$上の (infinitesimal character χを持つ) 不変固有超関数であると云い、その全体の集合を$\mathcal{D}'_{\chi,H}(\mathcal{O})$ で表す。

X'を X の正則半単純元全体がなす H-不変な開稠密部分集合としよう。よく知られているように、任意の $\Theta\in\mathcal{D}'_{\chi,H}(X)$ は X'上実解析的な $\mathbb{D}(X)$ の同時固有関数になる。我々は、群多様体に関し [Hirai] により考察された問題の類似物として、次の問題を考えたい。

<u>問題</u>　任意の $\Pi\in\mathcal{D}'_{\chi,H}(X')$ に対し、それが X 上の不変固有超関数に拡張できるための条件を求めよ。

この問題は、r = 1 (即ち階数が 1) の場合 [Faraut]、[Aoki-Kato,1]、また p = 4、q = r = 2 の場合 [Aoki-Kato, 2, 3] により研究されてきた。我々は本稿で一般の p, q, r (但し簡単のため、

$r \leqq 2p$, $r \leqq q$ とした。）の場合に上の問題に対して χ が regular な場合（cf. 定義 2.3）の必要条件を与える。我々が求めた条件は χ が generic のときには十分条件になっていることも云えるが、筆者は χ が generic でないときも十分条件になっているだろうと予想している。ちなみにこの条件は $\mathcal{D}'_{\chi,H}(X_0)$（但し、$X_0 = X' \cup \{X$ の半正則元全体$\}$）の元に延びるための必要十分条件になっていることに注意する。χ が regular でないときにも同様に論じることができるが、別の機会に譲ることにする。

我々は [Aoki-Kato, 1, 2] と同様本稿でも上の問題を不変微分作用素の動径部分及び不変積分の研究を通して調べることにする。最初に §1 で以下の記述のための準備及び記号の整理をし、§2 で不変微分作用素とその動径部分について Hoogenboom の結果の紹介も含め考察する。§3 で主定理及びその関連事項について述べ、§4 で主定理の証明の略述をする。§4 は 3 つの小節に分かれる。まず §§4.1 で証明のための準備，特に X' の各連結成分における不変固有関数の形を決定する。次に §§4.2 で半正則な半単純元 j のまわりでの接続公式（補題 4.2.1～3）を述べ、これらの事実から主定理を導き出す。§§4.3 で上の補題の証明の方針を述べる。そのためにまた、j の中心化群から生じる部分対称空間について、及び（この対称空間を利用することにより）j のまわりでの不変積分の挙動についてもやや詳しく論じる。

§1. 記号と準備

エルミート形式 $|z_1|^2 + \cdots + |z_p|^2 - |z_{p+1}|^2 - \cdots - |z_{p+q}|^2$ を不変にする $p+q$ 次の複素共役正方行列全体を $G = U(p, q)$ とする：即ち、

$$G = \{ g \in GL(p+q, \mathbb{C}) \mid g\, I_{p,q}\, g^* = I_{p,q} \}。$$

但し、$I_{m,n} = \mathrm{diag}\,(\overbrace{1,\cdots,1}^{m},\overbrace{-1,\cdots,-1}^{n})$ とおいた。 $r \leqq p$ を満たす整数 r に対し、 σを $\sigma(g) = I_{r,p+q-r}\, g\, I_{r,p+q-r}$ によって定まる包合的自己同型, H をσによって不変な G の元全体とする。 容易に分かるように、

$$H = \left\{ g = \begin{pmatrix} u_1 & 0 \\ 0 & u_2 \end{pmatrix} ; \quad u_1 \in U(r), \quad u_2 \in U(p-r,\ q) \right\}$$

$$\cong U(r) \times U(p-r,\ q)$$

である。 $X = G / H$ とおこう。 この X が今後我々が考える半単純対称空間である。 σ は G のリー環 $\mathfrak{g}$ 上の自己同型を引き起こすが、 これも σと書くことにする。 そして、 σによる $\mathfrak{g}$ の固有分解を $\mathfrak{g} = \mathfrak{h} + \mathfrak{q}$ とおく。 ここで、$\mathfrak{h}$, $\mathfrak{q}$ はそれぞれ固有値 $+1, -1$ に対応する固有空間である。 H のリー環が $\mathfrak{h}$ であることに注意する。

$\mathfrak{j}$ を$\mathfrak{q}$ の半単純元からなる極大可換部分空間としよう。$\mathfrak{j}$ は X のカルタン部分空間と呼ばれる。 以下、 我々は

(※) $\qquad r \leqq 2p, \quad r \leqq q$

という仮定をおくことにする。 この仮定の下に我々はカルタン部分空間の H-共役類の完全代表系として、 次のような $\{\mathfrak{j}_0, \mathfrak{j}_1, \cdots, \mathfrak{j}_r\}$ を取ることができる:

$$= \{ {}_{\ell}\mathfrak{j}_{\theta_1,\cdots,\theta_\ell,t_{\ell+1},\cdots,t_r} ;\ \theta_i,\ t_j \in \mathbb{R} \}\text{。}$$

但し、

$$ {}_{\ell}\mathfrak{j}_{\theta_1,\cdots,\theta_\ell,t_{\ell+1},\cdots,t_r} = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} \overbrace{\qquad\quad}^{r} & \overbrace{\qquad\quad}^{p-r} & \overbrace{\qquad\quad}^{q} \end{array} \\ \begin{array}{c} r \\ p-r \\ q \end{array} & \left(\begin{array}{c|c|c} & \begin{smallmatrix} & -\theta_\ell \\ -\theta_1 & \end{smallmatrix} & \begin{smallmatrix} & t_r \\ t_{\ell+1} & \end{smallmatrix} \\ \hline \begin{smallmatrix} & \theta_1 \\ \theta_\ell & \end{smallmatrix} & & \\ \hline \begin{smallmatrix} & t_{\ell+1} \\ t_r & \end{smallmatrix} & & \end{array}\right) \end{array}$$

である。上のカルタン部分空間 $\mathfrak{j}_\ell$ のうち、$\mathfrak{j}_0$ はスプリット、$\mathfrak{j}_r$ はコンパクトと呼ばれている。一般に、カルタン部分空間 $\mathfrak{j}$ の次元は X の階数と呼ばれ $\mathfrak{j}$ に関わらず一定であることが知られているが、今の場合その次元は r である。

さて、各 $\mathfrak{j}_\ell$ に対して $J_\ell \subset X$ を $\exp \mathfrak{j}_\ell H$ により定義する（$\ell = 0, \cdots, r$）。J_ℓ は群におけるカルタン部分群と同様な役割を X で演じる。次に、${}_\ell j_{\theta_1,\cdots,\theta_\ell,t_{\ell+1},\cdots,t_r} = \exp {}_\ell \underline{j}_{\theta_1,\cdots,\theta_\ell,t_{\ell+1},\cdots,t_r} \in G$ と置く。簡単な計算により、次の関係が各 $\ell = 0,1,\cdots,r$ に対し成り立つことが分かる。

(1) ${}_\ell j_{\theta_1,\cdots,\theta_\ell,t_{\ell+1},\cdots,t_r} H = {}_\ell j_{\theta'_1,\cdots,\theta'_\ell,t'_{\ell+1},\cdots,t'_r} H$

$$\Leftrightarrow \theta_i \equiv \theta'_i \pmod{\pi}, \quad t_j = t'_j \quad (\forall i, j)$$

(2) $H\, {}_\ell j_{\theta_1,\cdots,\theta_\ell,t_{\ell+1},\cdots,t_r} H = H\, {}_\ell j_{\theta'_1,\cdots,\theta'_\ell,t'_{\ell+1},\cdots,t'_r} H$

$\Leftrightarrow$ ある ℓ 文字、及び $r-\ell$ 文字の置換 α, β が存在して

$$\theta_i \equiv \pm\theta'_{\alpha(i)} \pmod{\pi}, \quad t_j = \pm t'_{\beta(j)} \quad (\forall i, j)$$

換言すれば、J_ℓ の ワイル群は $(\mathbb{Z}_2)^r \rtimes (\mathfrak{S}_\ell \times \mathfrak{S}_{r-\ell})$ に同型な群になる。ここで $\mathfrak{S}_n$ は n 次対称群である。

X'を X の正則半単純元全体とする。各 ℓ に対し、J_ℓ と X'の共通部分を J'_ℓ とすれば、

$${}_\ell j_{\theta_1,\cdots,\theta_\ell,t_{\ell+1},\cdots,t_r} H \in J'_\ell \Leftrightarrow \begin{cases} \theta_i \equiv 0,\ \pi/2 \pmod{\pi}, \\ \theta_i \not\equiv \theta_j \pmod{\pi} \\ t_i \neq 0, \quad t_i \neq t_j \quad (\forall i \neq j) \end{cases}$$

という事実は容易に確かめられるが、更に X' は $H J'_\ell$（$\ell = 0, 1, \cdots, r$）の互いに共通部分のない和集合として表せることが分かる: $X' = \coprod_{\ell=0}^{r} H J'_\ell$。

最後に我々は J_ℓ の各元に対し、その τ-変数表示を次の対応により定義しておこう:

$$J_\ell \ni {}_\ell j_{\theta_1,\cdots,\theta_\ell,t_{\ell+1},\cdots,t_r} H \longrightarrow (\tau_1, \cdots, \tau_r)。$$

但し、

$$\tau_i = \cos^2\theta_i \quad (1 \leqq i \leqq \ell), \quad \tau_j = \cosh^2 t_j \quad (\ell+1 \leqq j \leqq r)。$$

この対応により J_ℓは集合:

$$\{(\tau_1, \cdots, \tau_r) \;;\; 0 \leqq \tau_i \leqq 1 \quad (1 \leqq i \leqq \ell), \quad 1 \leqq \tau_j \quad (\ell+1 \leqq j \leqq r)\}$$

の元と同一視されることが分かる。 図 1 は r = 1, 2, 3 の場合に各 J_ℓ の間の関係を τ-変数表示を用いて図示したものである。

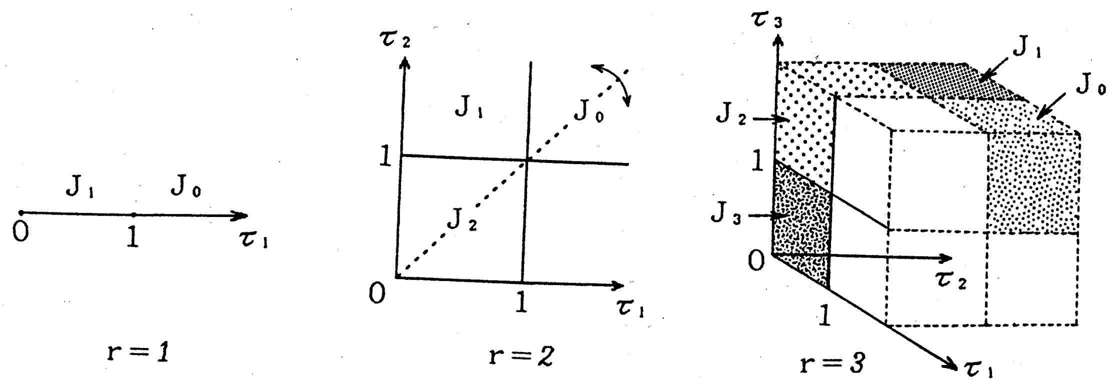

図 1

ここで r = 2 の場合の図に現れる ↷ は (τ_1, τ_2) と (τ_2, τ_1) が H の作用により互いに移りあっていることを意味する。 r = 3 の場合にも同様な対応関係があるが煩雑になるのでその表示は省略した。

§2 不変微分作用素とその動径部分

$\mathbb{D}(X)$ を対称空間 $X = G/H$ 上の H-不変微分作用素全体のなす $\mathbb{C}$ 上の代数とする。 $D \in \mathbb{D}(X)$ に対して、$\mathring{I}^{\ell}(D)$をカルタン部分空間 J_ℓに対する D の動径部分 (radial component) 即ち、

(2.1) $\quad \mathring{I}^{\ell}(D)\,(f|_{J'_\ell}) = (Df)|_{J'_\ell}$

が任意の H-不変な C^∞級関数 f に対して成立するという条件で一意的に

定まる $J_\ell{}' = J_\ell \cap X'$ 上の微分作用素とする。$\mu = p+q-2r$ とし、更に

(2.2)　$a(\tau) = 4\tau(\tau-1)$, $b(\tau) = 4\{(\mu+2)\tau-1\}$

と置く。常微分作用素 L を

(2.3)　$L = a(\tau)\frac{d^2}{d\tau^2}+b(\tau)\frac{d}{d\tau}$

と定める。任意の $\lambda \in \mathbb{C}$ に対し $LF = \lambda F$ は超幾何微分方程式である。

(2.3')　$L_i = a(\tau_i)\frac{\partial^2}{\partial\tau_i^2}+b(\tau_i)\frac{\partial}{\partial\tau_i}$　$(i=1,2,\cdots,r)$

と置くと [Hoogenboom :Theorem 5]から我々の議論の出発点となる次の補題が成立する事がわかる。

<u>補題2.1</u>　'τ-変数' のもとで (cf. §1) $\mathbb{D}(X)$から $\{\omega^{-1}S(L_1,\cdot\cdot,L_r)\omega$; S はr変数対称多項式} の上への同型写像 $\mathring{\mathrm{I}}$ が存在して、任意の $D\in\mathbb{D}(X)$, $\ell=0,1,...,r$に対して $\mathring{\mathrm{I}}(D)$ の J_ℓ'への制限は $\mathring{\mathrm{I}}^\ell(D)$と一致する。即ち、

(2.4)　$\mathring{\mathrm{I}}(D)|_{J_\ell'} = \mathring{\mathrm{I}}^\ell(D)$

が成立する。但し、$\omega = \prod_{i>j}(\tau_i-\tau_j)$。

<u>定義2.2</u>　D_k $(k = 1,2,\cdot\cdot,r)$を

(2.5)　$\mathring{\mathrm{I}}(D_k) = \omega^{-1}(L_1^k+L_2^k+\cdot\cdot+L_r^k)\omega$

を満足する $\mathbb{D}(X)$ の元とする。$\mathbb{D}(X)$は補題2.1より $D_1,D_2,\cdot\cdot,D_r$ を自由生成元とする$\mathbb{C}$上の可換代数となるので、$\mathbb{D}(X)$ の指標 $\chi:\mathbb{D}(X)\to C$ と順序を考えない複素数の組 $(\lambda_1,\cdot\cdot\cdot,\lambda_r)$ との間に次式によって定まる全単射がある。

(2.6)　$\chi(D_k) = \lambda_1^k+\lambda_2^k+\cdot\cdot+\lambda_r^k$　$(k = 1,2,\cdot\cdot,r)$

この全単射により$(\lambda_1,\cdot\cdot\cdot,\lambda_r)$ に対応する $\mathbb{D}(X)$の指標を $\chi_{\lambda_1,\cdots,\lambda_r}$ と書く。定義から、任意の$\sigma\in\mathfrak{S}_r$ に対して $\chi_{\lambda_1,\cdots,\lambda_r} = \chi_{\lambda_{\sigma(1)},\cdots,\lambda_{\sigma(r)}}$が成り立つ。

<u>定義2.3</u>　$\chi = \chi_{\lambda_1,\cdots,\lambda_r}$ を $\mathbb{D}(X)$の指標とする。$i\neq j$ ならば $\lambda_i\neq\lambda_j$ であるとき、χは regular であるといい、regular でないとき singular であるという。また、$\lambda_1=\lambda_2=\cdot\cdot\cdot=\lambda_r$ が成り立つとき most singular

であるという。

不変固有超関数 $\Theta \in \mathcal{D}'_{\chi_{\lambda_1,\cdots,\lambda_r},H}(X)$ に対して、

(2.7) $\Pi_\ell = \Theta|_{J_\ell}$, $u_\ell = \omega\,\Pi_\ell = \omega\,\Theta|_{J_\ell}$

と置くと、$u=u_\ell$ ($\ell=0,1,2,..r$) は、微分方程式

(2.8) $(L_1^k+L_2^k+\cdots+L_r^k)u = (\lambda_1^k+\lambda_2^k+\cdots+\lambda_r^k)u \quad (k = 1,2,\cdots,r)$

を満たす。容易にわかるように $u(\tau_1,\cdots,\tau_r)$ がある領域で微分方程式系(2.8)を満たすとき、同じ領域で $u(\tau_1,\cdots,\tau_r)$ は

(2.9) $(L_i-\lambda_1)(L_i-\lambda_2)\cdots(L_i-\lambda_r)u = 0 \quad (i = 1,2,\cdots r)$

という微分方程式系を満足する。

注意2.4　(2.8)から(2.9)が出ることから、常微分方程式

(2.10) $(L-\lambda_1)(L-\lambda_2)\cdots(L-\lambda_r)F = 0$

の解をまず調べておく事が有効となる。$(\lambda_1,\cdots,\lambda_r)$の如何（$\chi_{\lambda_1,\cdots,\lambda_r}$がregularか等）によって、(2.10)の解空間の基底を用いた具体的記述は微妙に異なるが、その次元は一定である。

§3.　主定理

$\rho=\mu+1 = p+q-2r+1$, $\lambda(s) = s^2-\rho^2$ とおくとき、$\mathbb{C}$ の部分集合 Λ_d, Λ_s を、

$$\begin{aligned}\Lambda_d &= \{\lambda(s) \mid s = \pm(\rho-j),\ j = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots\}\\ &= \{4j(j+\mu+1) \mid j = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Lambda_s &= \{\lambda(s) \mid s = \pm(\rho-j),\ j = -1,\ -2,\ \cdots,\ -\mu\}\\ &= \{4j(j+\mu+1) \mid j = -1,\ \cdots,\ -\mu\}\end{aligned} \tag{3.1}$$

によって定義する。$k\in\mathfrak{S}_r$に対し、$k_i = k(i)$ と書こう。任意の $k\in\mathfrak{S}_r$に対して $\chi_{\lambda_1,\cdots,\lambda_r} = \chi_{\lambda_{k_1},\cdots,\lambda_{k_r}}$ であるから、一般性を失わずに λ_1, $\cdots,\lambda_m \in \Lambda_d$, λ_{m+1}, $\cdots,\lambda_r \notin \Lambda_d$ と仮定できる。以下 λ_1, $\cdots$, λ_r

をこのようにとる。特に、$\chi_{\lambda_1,\cdots,\lambda_r}$ が regular 即ち $\lambda_i \neq \lambda_j$ $(i \neq j)$ の場合 $m = {}^{\#}[\{\lambda_1, \cdots, \lambda_r\} \cap \Lambda_d]$ である。

<u>主定理</u> $\Theta \in \mathcal{D}'_{\chi_{\lambda_1,\cdots,\lambda_r},H}(X)$、即ち Θ を $\chi = \chi_{\lambda_1,\cdots,\lambda_r}$ を infinitesimal character に持つ $X = U(p, q)/\{U(r) \times U(p-r, q)\}$ 上の不変固有超関数とする。$\Pi_\ell = \Theta|_{J'_\ell}$, $u_\ell = \omega\,\Pi_\ell$ $(\ell = 0, \cdots, r)$ と置く。

このとき、もし χ が regularならば、u_ℓ に対して次の事実が成立する。

(1) $\Lambda_s \cap \{\lambda_1, \cdots, \lambda_r\} \neq \phi$ ならば、$u_\ell \equiv 0$ $(\ell = 0, 1, \cdots, r)$。

(2) $\Lambda_s \cap \{\lambda_1, \cdots, \lambda_r\} = \phi$ ならば、

$$u_\ell(\tau_1, \cdots, \tau_r) = \sum_{k \in R_\ell} e^{C^k} \det\begin{pmatrix} F(\tau_1, \lambda_{k_1}) & \cdots\cdots & F(\tau_\ell, \lambda_{k_1}) \\ \vdots & & \vdots \\ F(\tau_1, \lambda_{k_\ell}) & \cdots\cdots & F(\tau_\ell, \lambda_{k_\ell}) \end{pmatrix}$$

$$\times \det\begin{pmatrix} F(\tau_{\ell+1}, \lambda_{k_{\ell+1}}) & \cdots\cdots & F(\tau_r, \lambda_{k_{\ell+1}}) \\ \vdots & & \vdots \\ F(\tau_{\ell+1}, \lambda_{k_r}) & \cdots\cdots & F(\tau_r, \lambda_{k_r}) \end{pmatrix}$$

但し、

$$R_\ell = \left\{ k \in \mathfrak{S}_r \;\middle|\; \begin{array}{ll} 1^\circ & 1 \leqq k_i \leqq m \quad (1 \leqq i \leqq \ell) \\ 2^\circ & k_1 < k_2 < \cdots < k_\ell \\ 3^\circ & k_{\ell+1} < k_{\ell+2} < \cdots < k_r \end{array} \right\}。$$

特に、$\ell > m$ ならば、$u_\ell \equiv 0$ $({}^\forall \ell = 0, 1, \cdots, r)$ である。（この場合 $R_\ell = \phi$ である。）

<u>注意</u> (i) R_ℓ の条件のうち、2°, 3° は $\mathfrak{S}_r/(\mathfrak{S}_\ell \times \mathfrak{S}_{r-\ell})$ の完全代表系を一組指定するための便宜的なものであり、本質的な条件は 1° である。

(ii) 主定理より、

$$\dim\{\Theta|_{X'}\ ;\ \Theta\in\mathcal{D}'_{\chi_{\lambda_1,\cdots,\lambda_r},H}(X)\}$$
$$\leqq 2^m = 1+\binom{m}{1}+\cdots+\binom{m}{\ell}+\cdots+\binom{m}{m-1}+1.$$

(iii) 以下略述する主定理の証明から、さらに詳しく次の事実が確かめられる。

$X_0 = X' \cup$ {X の半正則元全体}

とおくとき、J'_ℓ上の実解析的関数 u_ℓ に対して、主定理の条件(1),(2)が成立することが、$u_\ell = \omega\Theta|_{J'_\ell}$ ($\ell = 0,1,\cdots,r$) となる $\Theta\in\mathcal{D}'_{\chi,H}(X_0)$ が存在するための必要十分条件である。

$m = 0$ 即ち$\lambda_i \notin \Lambda_d$ ($^\forall i = 1,\cdots,r$) のときは、主定理により $u_\ell = 0$ ($\ell \neq 0$) が成り立つ。一方、大島先生により、次の命題が証明されている。

<u>命題</u> χが generic ならば, $\mathrm{Supp}\,\Theta\cap J'_0 \neq \phi$ となるような $\Theta\in\mathcal{D}'_{\chi,H}(X)$ が存在する。

上の２つの事実から次の定理が得られる。

<u>定理</u> Π を $\bigcup_{\ell=0}^{r} J'_\ell$ 上の（実解析的な）関数とする。$\chi = \chi_{\lambda_1,\cdots,\lambda_r}$ が generic のとき、Π がある $\Theta\in\mathcal{D}'_{\chi,H}(X)$ の $\bigcup_{\ell=0}^{r} J'_\ell$ 上への制限になる為の必要十分条件は、次の２条件が共に成立することである。

(1) $\Pi|_{J'_i} = 0$ $(1\leqq i\leqq r)$

(2) ある定数 $c\in\mathbb{C}$ に対して、$\omega\Pi|_{J'_0} = c\det(F(\tau_i,\lambda_j))_{1\leqq i,j\leqq r}$ が成り立つ。

§4. 主定理の証明

§4.1. まず、X 上の不変固有超関数 $\Theta \in \mathcal{D}'_{\chi,H}(X)$ の X' 上での挙動を考えよう。明らかに Θ の X' への制限は $\mathcal{D}'_{\chi,H}(X')$の元である。$\mathcal{D}'_{\chi,H}(X')$については、$\chi = \chi_{\lambda_1,\cdots,\lambda_r}$ の如何に関わらず、

(1) 任意の $\Pi \in \mathcal{D}'_{\chi,H}(X')$ は実解析的関数である。

(2) X'上の H-不変関数 Π が、不変固有関数になることと、各 $\ell = 0, 1, \cdots, r$ に対して $\Pi|_{J'_\ell}$がワイル群不変、かつ $\omega \Pi|_{J'_\ell}$が（τ- 変数表示に関し）微分方程式系 (2.8) を満たすこととは同値である。但し、$\Pi|_{J'_\ell}$ は Π の J'_ℓ への制限（$X' = \bigcup_{0\leqq \ell \leqq r} H J'_\ell$ に注意）。

という事実が成り立つことに注意する。この事実により、各 $\Theta \in \mathcal{D}'_{\chi,H}(X)$に対し、$\tau$-変数を用い $u = u_\ell = \omega \Theta|_{J'_\ell}$と置くことにすれば、$u = u_\ell$ は微分方程式系 (2.8)を満たす実解析的関数となることが分かる。

$F_i(\tau, \lambda)$ $(i = 1, 2)$ は $(0, 1) \cup (1, \infty)$ 上で定義された τ の関数で、かつその組 $\{F_1, F_2\}$ が区間 $(0, 1)$, $(1, \infty)$ の各々で微分方程式 $(L - \lambda) u = 0$ の解空間の基底になっているようなものとする。(2. 10) の解を調べることにより、次の補題は容易に示される。

<u>補題4. 1</u>　χ_λが regular な時、即ち $\lambda_i \neq \lambda_j$ $(i \neq j)$ のとき、$\{(\tau_1, \cdots, \tau_r) \mid \tau_i > 0,\ \tau_i \neq 1\ (i = 1, \cdots, r),\ \tau_i \neq \tau_j\ (1 \leqq i < j \leqq r)\}$ に含まれる任意の領域において、

$$(4.1.1)\quad \{F_{\nu_1}(\tau_1, \lambda_{k_1}) F_{\nu_2}(\tau_2, \lambda_{k_2}) \cdots F_{\nu_r}(\tau_r, \lambda_{k_r})\ ;\ k \in \mathfrak{S}_r,\ \nu_1, \cdots, \nu_r = 1, 2\}$$

は微分方程式(2.8)の解空間の基底である。

この補題から、u_ℓ は J'_ℓ の各連結成分において、

$$u_\ell(\tau_1,\cdots,\tau_r) \tag{4.1.2}$$
$$= \sum_{\substack{k\in\mathfrak{S}_r \\ \nu_1,\cdots,\nu_r=1,2}} {}_\ell C^k_\nu \, F_{\nu_1}(\tau_1,\lambda_{k_1})\, F_{\nu_2}(\tau_2,\lambda_{k_2}) \cdots \times F_{\nu_r}(\tau_r,\lambda_{k_r}) \qquad ({}_\ell C^k_\nu \in \mathbb{C})$$

と表せる。ここで $\nu=(\nu_1,\cdots,\nu_r)$と書いた。我々は以下 F_1 として、

(4.1.3) $F_1(\tau,\lambda)$ は $\tau=1$ に解析的に延長され、$F_1(1,\lambda)=1$ となるものを採用し、F_1 を単に F と書くことにする。$G(\tau,\lambda)=F(1-\tau,\lambda)$ とおけば、$G(\tau,\lambda)$は超幾何関数に他ならない。

このようにして $\Theta\in\mathcal{D}'_{\chi,H}(X)$ の X'上での挙動は容易に知ることができるが、一方Θ の $X_{sing}=X-X'$ に属する点の近傍での挙動の研究はより複雑である。我々は次のような場合に分け、各々の近傍での Θ の挙動を調べたい。

(a) 半正則な半単純元、即ち次の条件 $(a\text{-}1)_{ij}$ $(1\leqq i<j\leqq r)$, $(a\text{-}2)_\ell$ $(1\leqq \ell\leqq r)$, $(a\text{-}3)_\ell$ $(1\leqq \ell\leqq r)$ のうち、唯一つが成立する場合

$(a\text{-}1)_{ij}: \tau_i=\tau_j$, $\quad(a\text{-}2)_\ell: \tau_\ell=0$, $\quad(a\text{-}3)_\ell: \tau_\ell=1$

(b)正則でも半正則でもない半単純元の場合

(b-1) $\tau_i=1$ $(1\leqq i\leqq r)$ となる i の個数が高々一つの場合

(b-2) $\tau_i=1$ $(1\leqq i\leqq r)$ となる i の個数が少なくとも２つ以上ある場合。

このうち (a) の場合は以下 §4.3 で略述するように我々は、

① 不変積分の研究を、各々の中心化群から生じる部分対称空間の不変積分の性質を用いて研究する。

② 不変積分の挙動と、$u_\ell=\omega\Theta|_{J'_\ell}$ の具体的な形 (4.1.2),(4.1.3) を ワイルの積分公式に代入し、部分積分を利用して $\langle D\Theta, f\rangle = \chi(D)\langle\Theta, f\rangle$ $({}^\forall D\in\mathbb{D}(X),\ {}^\forall f\in C_c^\infty(X))$ となるための u_ℓ の条件（接続公式）を求める。

という方法により Θ の挙動を詳しく調べた。(b-1)も同じ方法でその近傍におけるΘ の挙動を知ることができるものと思われる（［Aoki-Kato,

3] を参照)。これに反し、(b-2) の場合は (a), (b-1) の場合に比べ本質的により困難な点がありまだ分っていない。

§§ 4.2. 初めに、$(a\text{-}1)_{ij}$ $(1 \leq i < j \leq r)$ が成り立つような半正則な半単純元の近傍での接続公式を調べる。結論として次の補題が得られる。

<u>補題 4.2.1</u>　u_ℓ は $\tau_i = \tau_j$ となる半正則な半単純元の近傍で実解析的に延長される。

この補題により (4.1.2) に於ける係数 ${}_\ell C_\nu^k$ は J'_ℓ 内の連結成分に依らず一定であることが分かる。一方、$\Theta \in \mathfrak{D}'_{\chi,H}(X)$ が H-不変であることにより、u_ℓ は $\sigma \in \mathfrak{S}_\ell \times \mathfrak{S}_{r-\ell}$ の作用に関して歪対称であるから、任意の $\sigma \in \mathfrak{S}_\ell \times \mathfrak{S}_{r-\ell}$ に対し、

$$(4.2.1) \qquad u_\ell(\tau_{\sigma(1)}, \cdots, \tau_{\sigma(r)}) = \operatorname{sgn} \sigma \; u_\ell(\tau_1, \cdots, \tau_r),$$

従って、

$$(4.2.2) \qquad {}_\ell C_\nu^k = \operatorname{sgn} \sigma \; {}_\ell C_{\nu\sigma}^{k\sigma} \quad (\forall \sigma \in \mathfrak{S}_\ell \times \mathfrak{S}_{r-\ell})$$

が成り立つ。但し、$\nu\sigma = (\nu_{\sigma(1)}, \cdots, \nu_{\sigma(r)})$ 等。このことと $\sigma = (\sigma', \sigma'') \in \mathfrak{S}_\ell \times \mathfrak{S}_{r-\ell} \subseteq \mathfrak{S}_r$ に対し $\operatorname{sgn} \sigma = \operatorname{sgn} \sigma' \cdot \operatorname{sgn} \sigma''$ が成り立つという簡単な事実から、

$$(4.2.3) \qquad u_\ell(\tau_1, \cdots, \tau_r)$$
$$= \sum_{\substack{k \in \mathfrak{S}_r \\ \nu_1, \cdots, \nu_r = 1,2}} {}_\ell C_\nu^k \, F_{\nu_1}(\tau_1, \lambda_{k_1}) \cdots\cdots F_{\nu_r}(\tau_r, \lambda_{k_r})$$

$$= \sum_{\substack{k_1 < k_2 < \cdots < k_\ell \\ k_{\ell+1} < \cdots < k_r \\ k \in \mathfrak{S}_r,\ \nu_1, \cdots, \nu_r = 1,2}} {}_\ell C_\nu^k \; \det\left(F_{\nu_i}(\tau_i, \lambda_{k_j})\right)_{1 \leq i,j \leq \ell} \times \det\left(F_{\nu_i}(\tau_i, \lambda_{k_j})\right)_{\ell+1 \leq i,j \leq r}$$

という式が成り立つ。

次に我々は$(a-3)_\ell$　$(1\leqq \ell \leqq r)$ 即ち $J_{\ell-1}$ と J_ℓ の共通部分 $A_\ell = J_{\ell-1} \cap J_\ell$ に属するような半正則な半単純元の近傍での接続公式を求める。

<u>補題 4.2.2</u>　$\mathbb{1} = (1,1,\cdots,1)$ とおく。　そのとき、

(i)　$\nu \neq \mathbb{1}$ ならば、${}_\ell C^k_\nu = 0$。

(ii)　$k \in \mathfrak{S}_r$, $k' \in \mathfrak{S}_r$, $\lambda_{k'_\ell} \in \Lambda_s$ でかつ $\{k_1, \cdots, k_{\ell-1}\} = \{k'_1, \cdots, k'_{\ell-1}\}$ ならば, ${}_{\ell-1}C^k_{\mathbb{1}} = {}_\ell C^{k'}_{\mathbb{1}}$。

上の補題の (i) を考慮し、以後 ${}_\ell C^k_{\mathbb{1}}$ を単に ${}_\ell C^k$ と書く。

最後に我々は $(a-2)_\ell$　$(1\leqq \ell \leqq r)$ 即ち $\tau_\ell = 0$ となる半正則な半単純元の近傍での u_ℓ の挙動を調べる。その結果、

<u>補題 4.2.3</u>　$u_\ell(\tau_1, \cdots, \tau_r)$ は $\tau_\ell = 0$ となるような半正則な半単純元の近傍で実解析的に延長される。

この補題と補題 4.2.2 (i) を組み合わせると超幾何関数の接続公式より、

(4.2.4)　　$\{\lambda_{k_i} \mid 1\leqq i \leqq \ell\} \not\subseteq \Lambda_d$ ならば,　${}_\ell C^k = 0$

が確かめられる。故に、R_ℓ の定義を思い起こせば, (4.2.3) より、

$$u_\ell(\tau_1, \cdots, \tau_r) = \sum_{k\in R_\ell} {}_\ell C^k \det(F(\tau_i, \lambda_{k_j}))_{1\leqq i,j\leqq \ell} \det(F(\tau_i, \lambda_{k_j}))_{\ell+1\leqq i,j\leqq r}$$

という式が成立することが分かり、主定理の (2) の部分が証明される。また (4.2.4) と補題4.2.2 (ii) を合わせれば、主定理の (1) の部分は次のようにして示される。

<u>補題 4.2.4</u>　　$\{\lambda_1, \cdots, \lambda_r\} \cap \Lambda_s \neq \phi$ ならば、任意の $\ell = 0, 1, \cdots, r$ に対して $u_\ell = 0$。

（証明）　$0\leqq \ell \leqq r$ 及び $k\in \mathfrak{S}_r$ を固定する。もし、$\{\lambda_{k_1}, \cdots, \lambda_{k_\ell}\} \cap \Lambda_s \neq \phi$ ならば、このとき $\Lambda_s \cap \Lambda_d = \phi$ に注意することにより $\{\lambda_{k_1}, \cdots, \lambda_{k_\ell}\} \not\subseteq \Lambda_d$ が分かるから、(4.2.4) により ${}_\ell C^k = 0$ となる。

一方、もし $\{\lambda_{k_1},\cdots,\lambda_{k_\ell}\}\cap\Lambda_S=\phi$ ならば, $\{\lambda_{k_{\ell+1}},\cdots,\lambda_{k_r}\}\cap\Lambda_S\neq\phi$ だから、$k'_i=k_i$ $(1\leqq i\leqq \ell)$、$\lambda_{k'_{\ell+1}}\in\Lambda_S$ となるような $k'\in\mathfrak{S}_r$ が存在する。この k' に対して補題 4.2.2 (ii) 及び (4.2.4) を用いることにより、${}_\ell C^{k}={}_{\ell+1}C^{k'}=0$ が示せる。（証明終）

§§ 4．3 接続公式の証明（方針）

(a-1),(a-2),(a-3) のいずれかの条件を満たす点 j の近傍における接続公式を証明するためには、今までの準備に加えて、X 上の不変積分の j の近傍でのふるまいについての情報が必要である。そして、X 上の不変積分の j のまわりでの挙動は、j の中心化群から生ずる部分対称空間上の不変積分の j のまわりでの挙動に帰着させることにより調べられる。そこで、本小節ではまず、(a-1),(a-2),(a-3)の各条件を満たす点 j の中心化群から生ずる部分対称空間について、次に不変積分について書き、最後に接続公式の証明の方針を述べる。

<u>部分対称空間</u>　$P(\tau_1,\cdots,\tau_r)$ を変数 $\tau_1,\cdots,\tau_r$ を含むある命題とするとき、

(4.3.1) $J_\ell\,(P(\tau_1,\cdots,\tau_r))$

$= \{j\in J_\ell \mid j$ の τ-変数に対し、$P(\tau_1,\cdots,\tau_r)$ が成立する$\}$

と置く。我々は以下 $J_\ell(\tau_i=\tau_j)$　（但し、$i<j\leqq\ell$ 又は、$\ell+1\leqq i<j$）、$J_\ell(\tau_\ell=0)$、$J_\ell(\tau_\ell=1)$ といった、X の部分集合とそれに付随する X の部分対称空間を考える（cf.表4-3）。［$\mathbb{A}=J_\ell\cap J_{\ell-1}=J_\ell(\tau_\ell=1)=J_{\ell-1}(\tau_\ell=1)$ であることに注意する。］ $j=gH\in X$ に対して $\tilde{\sigma}(j)=g\sigma(g)^{-1}$ と置く。$\tilde{\sigma}$ により、X は G の閉部分空間とみなせる。$\mathbb{A}$ を半単純元からなる X の部分集合とする。このとき、

(4.3.2)　$Z_G(\mathbb{A})=\{g\in G \mid g\tilde{\sigma}(j)=\tilde{\sigma}(j)g, j\in\mathbb{A}\}$

と置く。$\mathbb{A}$ が唯一点からなるとき、即ち $\mathbb{A}=\{j\}$ のとき $Z_G(\mathbb{A})$ を Z_G

(j) とも記す。$\mathbb{A}$ が X のカルタン部分空間又は表4-3の第2列にあるものとすると、$\mathbb{A}' = \{ j \in \mathbb{A} \mid Z_G(j) = Z_G(\mathbb{A}) \}$ とおくと、$\mathbb{A} - \mathbb{A}'$ は $\mathbb{A}$ の次元が下がった閉集合となる。

$$(4.3.3)\quad \begin{cases} Z_H(\mathbb{A}) = Z_G(\mathbb{A}) \cap H \\ X_A = Z_G(\mathbb{A}) / Z_H(\mathbb{A}) \end{cases}$$

と置くと、X_A は自然に X の部分対称空間とみなせる。$\mathbb{A}$ の中心化群から生ずるこの部分対称空間を、$\mathbb{A}$ に付随する(部分)対称空間と呼ぶ。簡単な計算により、表 4-3 の各 $\mathbb{A}$ に付随する対称空間 X_A はそれぞれ、表4-3 第3列の半単純対称空間 X_A^S と自明な対称空間 X_A^T に対し、$X_A \cong X_A^S \times X_A^T$ となることがわかる。表にあらわれる X_A^S の階数はすべて1である。また、各 X_A のカルタン部分空間の $Z_H(\mathbb{A})$-共役類の完全代表系としては、それぞれ表4-3 第4列のものをとることができる。

	$\mathbb{A}$	$X_A \cong X_A^S \times X_A^T$			カルタン部分空間
		X_A^S		X_A^T	
(a-1)	$J_\ell(\tau_i=\tau_j)$	$\ell<i<j$のとき	$O(3,1)/O(3)$	$\mathbb{T}^{\ell}\times\mathbb{R}^{r-\ell-1}$	J_ℓ
		$i<j\leq\ell$のとき	$O(4)/O(3)$	$\mathbb{T}^{\ell-1}\times\mathbb{R}^{r-\ell}$	
(a-2)	$J_\ell(\tau_\ell=0)$	$U(2)/(U(1)\times U(1))$		$\mathbb{T}^{\ell-1}\times\mathbb{R}^{r-\ell}$	J_ℓ
(a-3)	$A_\ell=J_\ell\cap J_{\ell-1}$	$U(p-\ell-r+2,q-r+\ell)/(U(1)\times U(p-\ell-r+1,q-r+\ell))$		$\mathbb{T}^{\ell-1}\times\mathbb{R}^{r-\ell}$	$J_\ell, J_{\ell-1}$

表4-3

<u>不変積分</u>　$Y = G_1/H_1$ を対称空間 $X = G/H$ 又は前小節に定義したその部分対称空間 X_A (cf.表4-3)とする。j を Y のあるカルタン部分空間に属する正則元とする。

このとき、$f \in C_c^\infty(Y)$ に対し

(4.3.4)　　$_{Y}F_f(j) = \int_{H_1/Z_{H_1}(j)} f(h.j)d\tilde{h}$

を f の不変積分と呼ぶ。但し、$Z_{H_1}(j) = \{g\in H_1 \mid g\tilde{\sigma}(j)=\tilde{\sigma}(j)g\} = \{g\in H_1 \mid gj=j\}$ であり、$\tilde{h}$ は h の属する $Z_{H_1}(j)$ 剰余類をあらわす。($H_1/Z_{H_1}(j)$上の不変測度は、ある方法で、正規化されたものを採用する。)

jに対応するτ-変数を$(\tau_1,\cdots,\tau_r)$とするとき、

(4.3.5)　　$_{X}M_f(\tau_1,\cdots,\tau_r) = \omega(1-\tau_1)^{\mu}\cdots(1-\tau_r)^{\mu}{}_{X}F_f(j)$

$(f\in C_c^{\infty}(X))$

と置き、以後便宜上、こちらの方を主として扱うことにする。Y＝X の時には、$_XF_f$, $_XM_f$のかわりに、単に、F_f, M_fとも書く。不変積分 M_f に対しては、次の補題が成立する。

<u>補題 4.3.1</u>　i)　$f\in C_c^{\infty}(X)$, $D\in \mathbb{D}(X)$ に対し、$M_{Df} = \omega^{-1}\,{}^{\circ}\!\mathrm{I}^{*}(D)\,\omega M_f$

但し、${}^{\circ}\!\mathrm{I}^{*}(D)$ は微分作用素 ${}^{\circ}\!\mathrm{I}(D)$ の測度 $d\tau_1\cdots d\tau_r$ に関する formal adjoint を表す。

ii) [ワイルの積分公式]　　$f\in C_c^{\infty}(X)$ に対して

$$\int_X f(x)dx = \sum_{\ell=0}^{r} w_\ell^{-1}\int_{J_\ell}\omega M_f(\tau_1,\cdots,\tau_r)d\tau_1\cdots d\tau_r$$

但し $w_\ell = \#(\mathfrak{S}_\ell\times\mathfrak{S}_{r-\ell}) = \ell!(r-\ell)!$。

<u>注意</u>　①表4-3 にある簡約可能な対称空間 X_A に対しても、類似の公式が成立する。

② S をr変数対称多項式とする。${}^{\circ}\!\mathrm{I}(D) = \omega^{-1}S(L_1,\cdots,L_r)\omega$ となる $D\in\mathbb{D}(X)$ に対し、　$\omega^{-1}\,{}^{\circ}\!\mathrm{I}^{*}(D)\,\omega = S(L_1^*,\cdots,L_r^*)$ が成立する。ちなみに $L_i^* = \frac{\partial^2}{\partial\tau_i^2}\circ a(\tau_i) - \frac{\partial}{\partial\tau_i}\circ b(\tau_i) = (1-\tau_i)^{\mu}L_i\circ(1-\tau_i)^{-\mu}$

③ F_f を用いれば、i)は $F_{Df} = {}^{\circ}\!\mathrm{I}(D)F_f$ と書かれる。

④ii)より $f\in C_c^{\infty}(X')$, Π を X′ 上の H-不変な実解析的関数とするとき、

$$\int_X \Pi(x)f(x)dx$$

$$= \sum_{\ell=0}^{r} w_\ell^{-1}\int_{J_\ell}\omega\,\Pi(\tau_1,\cdots,\tau_r)M_f(\tau_1,\cdots,\tau_r)d\tau_1\cdots d\tau_r。$$

対称空間に対する“a theorem of compacity”を用いる議論により F_f の $j\in A'$のまわりの挙動を j に付随する部分対称空間 X_A 上の不変積分の j のまわりの挙動に帰着させて調べることが出来る。さらに後者は階数1の半単純対称空間 X_A^S 上の不変積分の性質から知ることが出来る。表4-3で取り上げた $\mathbb{A}$ のうち、

I．唯一つのカルタン部分空間に含まれる場合：　(a-1),(a-2)

II．複数のカルタン部分空間 $J_\ell(\ell=0,1,\cdots,r)$ に含まれる場合：(a-3)

のいずれかによって、事情は多少違なる。Iの場合には、X_A^S はコンパクト対称空間あるいはリーマン対称空間となるので、X_A^S 上の不変積分は J_ℓ 上 C^∞級関数となる。この事から F_f も j のまわりで C^∞級関数に延長される。IIの場合には、X_A^S は既に良く研究された（[Aoki-Kato,1]，[Faraut]）階数1の対称空間であるので、X_A^S 上の不変積分の性質から F_f の j のまわりの挙動がわかる。このようにして、次の補題が得られる。

<u>補題 4.3.2</u>　表4-3の各$\mathbb{A}$に対し、不変積分 M_f（$f\in C_c(X)$）は $\mathbb{A}'$ に属する点のまわりで、次のように漸近展開される

i) $(a\text{-}1)_{ij}$の場合：$M_f(\tau_1,\cdots,\tau_r)$

$$\sim \sum_{k=0}^{\infty} F_k(f;\tau_1,\cdots,\check{\tau}_i,\cdots,\check{\tau}_j\cdots,\tau_r,\tau_i+\tau_j)(\tau_i-\tau_j)^{2k+1}$$

ii) $(a\text{-}2)_\ell$ の場合：$M_f(\tau_1,\cdots,\tau_r)$

$$\sim \sum_{i=0}^{\infty} E_i(f;\tau_1,\cdots,\check{\tau}_\ell,\cdots,\tau_r)\tau_\ell^{\,i}$$

iii) $(a\text{-}3)_\ell$ の場合：$M_f(\tau_1,\cdots,\tau_r)$

$$\sim \sum_{m=0}^{\infty} A_m(f;\tau_1,\cdots,\check{\tau}_\ell,\cdots,\tau_r)(1-\tau_\ell)^m + \sum_{m=0}^{\infty} B_m(f:\tau_1,\cdots,\check{\tau}_\ell,\cdots,\tau_r)(1-\tau_\ell)^{m+\mu}Y(1-\tau_\ell)$$

ここに、$E_i(f;\cdot),F_k(f;\cdot),A_m(f;\cdot),B_m(f:\cdot)$は(n-1)変数の$C^\infty$級関数、Y はヘヴィサイド関数である。逆に任意の$C^\infty$級関数 $F_k(f,\cdot)$ に対し、M_f の漸近展開がi)の右辺であるような $f\in C_c^\infty(X)$ が存在する。ii),iii)についても同様である。

<u>接続公式の証明の方針</u>

$j\in X$ を境界に含む（いくつかの）領域で不変固有超関数が与えられたとき、それらが j のある近傍で、その上の不変固有超関数と一致するための必要十分条件を j（の近傍）に於ける不変固有超関数の接続公式と呼ぶ。

表4-3の各場合につき $j\in\mathbb{A}'$ の十分小さな近傍で概ね次のようにして接続公式（補題4.3.1～3）が証明される。（接続公式は $\mathbb{A}$ のみにより定まり $j\in\mathbb{A}'$ の取り方によらない。）

①不変積分の形から、$X-X'$ に台が含まれる j の近傍上の H-不変超関数にはどのような物があるかを確定し、それらに対する不変微分作用素の作用の仕方を $\omega^{-1}\mathring{I}^{*}(\Omega_i)\,\omega M_f$ $(i=1,2,\cdots,r)$ を計算することにより調べる。ここで $\Omega_1,\Omega_2,\cdots,\Omega_r$ は $\mathring{I}(\Omega_i)=\omega^{-1}\sum_{S\subset\{1,\cdots,r\},\#S=i}\prod_{k\in S}L_k\,\omega$ $(i=1,2,\cdots,r)$ により定義される不変微分作用素環 $\mathbb{D}(X)$ の自由生成元である。

② X'上の不変固有関数 Π を次のようにして X_0 上の H-不変超関数 $\tilde{\Pi}$ に延長する。（$\tilde{\Pi}$ を Π の X_0 への標準的拡張と呼ぶ。） $f\in C_c^{\infty}(X_0)$ に対し、

(4.3.6) $\langle\tilde{\Pi},f\rangle$

$$=\sum_{\ell=0}^{r}W_{\ell}^{-1}\ \mathrm{p.f.}\int_{J_\ell}\omega\,\Pi(\tau_1,\cdots,\tau_r)M_f(\tau_1,\cdots,\tau_r)\,d\tau_1\cdots d\tau_r$$

此処に、$\mathrm{p.f.}\int_{J_\ell}\omega\,\Pi(\tau_1,\cdots,\tau_r)M_f(\tau_1,\cdots,\tau_r)\,d\tau_1\cdots d\tau_r$ は発散積分の（座標系 $(\tau_1,\cdots,\tau_r)$ に関する）有限部分を表す。（cf.補題4.3.1の注意④.尚、(4.1.2)と補題4.3.2に基づき有限部分は具体的に定義出来ることに注意。） j の十分小さな近傍を U とするときに任意の $f\in C_c^{\infty}(U)$ に対して、$\langle(\Omega_i-\chi(\Omega_i))\tilde{\Pi},f\rangle=\langle\tilde{\Pi},\Omega_i f\rangle-\chi(\Omega_i)\langle\tilde{\Pi},f\rangle$ $(i=1,\cdots,r)$を部分積分により計算する。その計算結果を①の結果と照らし合せることによって、$X-X'$内に台をもつある H-不変超関数 S に対し $\tilde{\Pi}+S$ が U 上の不変固有超関数と成るために Π に課せられる必要十分条件を求める。

References

[1] Aoki, S. and Kato, S.: Connection formulas for invariant eigendistributions on certain semisimple symmetric spaces, 数理研講究録 570 (1985), 111-132.

[2] Aoki, S. and Kato, S.: U(4,2)/{U(2)×U(2,2)} 上の不変固有超関数の接続公式について, 数理研講究録 598 (1986), 1-77.

[3] Aoki, S. and Kato, S.: U(4,2)/{U(2)×U(2,2)} 上の不変固有超関数について一巾零軌道を除外した領域に於ける挙動一, Bull. of Fac. of Eng. Takushoku Univ., 2, No. 1 (1989),26-32.

[4] Faraut, J.: Distributions sphériques sur les espaces hyperboliques, J. Math. Pures Appl., 58 (1979), 369-444.

[5] Hirai, T.: Invariant eigendistributions of Laplace operators on real simple Lie groups, II, Japan. J. Math. New Series, 2 (1976), 27-89.

[6] Hoogenboom, B.: Spherical functions and differential operators on complex Grassmann manifolds, Ark. Math. 20 (1982), 69-85.

[7] Kengmana, T.: Characters of discrete series for pseudo-riemannian symmetric spaces, Proc. of Univ. of Utah Conference 1982, Birkhauser (1983), 177-183.